|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Mathématiques**  <http://matheleve.com/> | **PRIMITIVES** | *Class : 4éme*  *Prof : Chortani* |

**I°/ Condition d’existence d’une primitive à une fonction f :**

- Soit f une fonction définie sur un intervalle I.

Une fonction F définie et dérivable sur I est une primitive de f sur I si :

∀ x ∈ I ⇒ F ’( x ) = f( x )

**Théorème:**

Toute fonction continue (dérivable) sur un intervalle I admet une primitive sur I.

**II°/ Non unicité de la primitive :**

**Théorème :**

Soit F une primitive de f sur un intervalle I alors G est une autre primitive de f sur un intervalle I si

et seulement si : G( x ) = F( x ) + k

**Exemples :**

- Soit f( x ) = 3x2 – 2x + 4; les primitives F de f seront du type : F( x ) = x3 – x2 +4 x + k où k ∈ R.

- Soit g( x ) = 4x4 – 3x2 + 3x+2; les primitives G de g seront du type : G( x ) = x5 – x3 + x2 +2x + k où k ∈ R

**Détermination de la valeur de k :**

- Soit f une fonction définie et continue (dérivable) sur I et Fk l’ensemble des primitives de f.

- Soit xo un élément de I et yo un réel quelconque ; alors il existe un unique k, c’est-à-dire une unique primitive F, tel que : F (xo) = yo

En d’autres termes, pour déterminer k, il faut connaître, pour un xo donnée de I, la valeur de F (xo).

**III°/Propriétés de calculs sur les primitives :**

• Soit I un intervalle ;

• f et g deux fonctions continues sur I ;

• F et G deux primitives respectives de f et g.

Alors :

• k.F est une primitive de k.f (pour tout réel k)

• F + G est une primitive de f + g

**1°/ Fonctions usuelles :**

|  |  |
| --- | --- |
| ***Fonctions usuelles*** | |
| f( x ) | F( x ) |
| a | ax +k |
| x | x2 +k |
| xn ,n∈Z n ≠ -1 | xn + 1 + k |
|  | – + k |
|  | 2 + k |
| Sin x | – Cos x + k |
| Cos x | Sin x + k |

**Formules usuelles :**

- Soient u et v deux fonctions continues et dérivables sur I ;

- U et V des primitives de u et v sur I ;

- u’ et v’ les fonctions dérivées de u et v.

|  |  |
| --- | --- |
| ***Formules usuelles*** | |
| f | F |
| u + v | U + V |
| ku | kU |
| un×u’ n∈Z n ≠ -1 | un + 1 + k |
|  | – + k |
|  | 2 + k |
| u’× Sin u | – Cos u + k |
| u’× Cos u | Sin u + k |